



ÇANKAYA ÜNİVERSİTESİ

Matematik Bölümü

Liselerarası Matematik Bilgi Yarışması - 1. Aşama

13 Nisan 2019

Ad-Soyad:

İmza:

Okul:

Süre: 100 dakika

Soru	Not	Soru	Not
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

Toplam:

Lütfen çözüme hangi adımlarla ulaştığınızı açıkça ifade ediniz. Sadece doğru sonucu yazmanız tam puan almanız için yeterli değildir.

1) $a + b + c = 3$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3$$

denkleminin tamsayı çözümlerinden birisi $(1, 1, 1)$ 'dir. Diğer bir tamsayı çözümünü de siz bulunuz.

2) Elimizdeki 10 tane pozitif sayının aritmetik ortalaması 20'dir. Bu sayılardan birisini çıkardığımızda kalan sayıların aritmetik ortalaması 19 olmaktadır. Çıkardığımız sayı nedir?

3) $(x^4 + 3x^3 + Bx^2 - 6x + 1)(x^3 + 2x^2 - 3x - 2) = x^7 + 5x^6 + 5x^5 - 13x^4 - 23x^3 + 16x^2 + 9x - 2$ eşitliği verildiğine göre, B sayısı nedir?

4) $\ell_1 : x - 2y + 7 = 0$ doğrusu $x^2 + y^2 = 49$ çemberini birinci bölgede B noktasında kesmektedir. B noktasından geçen ve ℓ_1 doğrusuna dik olan ℓ_2 doğrusu y -eksenini C noktasında kesmektedir. C noktasının koordinatlarını bulunuz.

5) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ denkleminin köklerine r_1, r_2, r_3 dersek, (Vieta teoremi olarak adlandırılan) şu bağıntılar her zaman geçerlidir:

$$r_1 + r_2 + r_3 = -\frac{b}{a}, \quad r_1r_2 + r_2r_3 + r_1r_3 = \frac{c}{a}, \quad r_1r_2r_3 = -\frac{d}{a}.$$

Buna göre $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ denkleminin kökleri p, q, r sayıları ise, $(p+1)(q+1)(r+1)$ ifadesi hangi sayıya eşittir?

6) $y = -\sqrt{2}x + 1$, $y = \sqrt{2}x + 1$ ve $y = 0$ doğruları tarafından oluşturulan üçgenin içine, kenarlarına teğet olacak şekilde bir çember çizilecektir. Bu çemberin yarıçapı nedir?

7) Bir ÷lkedeki vergi kanunu řu řekildedir:

- 1) Yıllık geliri 10 000'den az olanlar gelir vergisi ödemez.
- 2) Yıllık geliri 10 000 - 50 000 aralığında olanlar ilk 10 000'lik kısım için vergi ödemez. 10 000'in üzerindeki kısım için %10 gelir vergisi öderler.
- 3) Yıllık geliri 50 000'in üzerinde olanlar ilk 50 000'lik kısım için 4 000, 50 000'in üzerindeki kısım için %20 gelir vergisi öderler.

Kişilerin gelirine x , ödedikleri vergiye de $f(x)$ dersek, bu parçalı fonksiyonun formülünü yazınız. Fonksiyon sürekli midir?

8) 33 kişilik bir sınıfta, öğretmen 4 ayrı proje ödevi verecektir. Bu projelerin biri için 9 diğer üçü için 8 öğrenci görevlendirecektir. (Hangi projenin 9 kişilik olacağına henüz karar vermemiştir.) Öğretmen bu görevlendirmeyi kaç farklı şekilde yapabilir?

9) $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30$ denklem sistemini çözünüz.
 $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35$

10) $50! = m^4 n$ eşitliğinde m ve n pozitif tam sayılar olduğuna göre, m 'in alabileceği en büyük değer nedir?

11) $\cos (192^{\circ}) \cdot \cos (96^{\circ}) \cdot \cos (48^{\circ}) \cdot \cos (24^{\circ})$ ifadesinin sayısal değerini bulunuz.

12) $\left(22\sqrt{2}+25\right)^{\frac{1}{3}}-\left(22\sqrt{2}-25\right)^{\frac{1}{3}}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

13) $y = mx + n$ doğrusunun $x^2 + y^2 = R^2$ çemberine teğet olabilmesi için m, n ve R arasındaki bağıntı ne olmalıdır?

14) $\cot 15^\circ - \tan 15^\circ = ?$

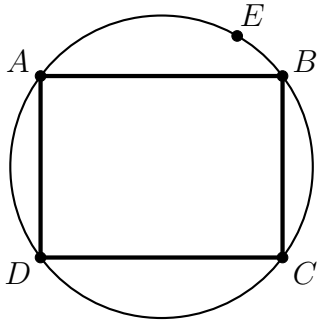
15) $\left| 2 \left| |x| - 2 \right| - 4 \right| = 2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

16) a ve b birer rakam olmak üzere

1. $2a3b$ sayısının 5'e bölümünden kalan 2,
 2. $3b2a$ sayısının 5'e bölümünden kalan 3,
 3. $2a3b$ ve $3b2a$ sayılarının 3'e bölümünden kalan 1
- olduğuna göre a^b sayısını bulunuz.

17) $\left(\sqrt{5}x^3 - \frac{1}{\sqrt{5}x}\right)^{12}$ ifadesinin açılımında sabit terimi bulunuz.

18) Şekilde $ABCD$ dikdörtgeni ve çevrel çemberi verilmiştir. $|AB| = 8$, $|BC| = 6$ olduğuna göre, $|AE|^2 + |BE|^2 + |CE|^2 + |DE|^2$ büyüklüğünü hesaplayınız.



19) Üç tane hileli para var. Birincisinin yazı gelme olasılığı %60, ikincisinin %70, üçüncüsünün %100. Rastgele bir para seçilip atılıyor ve yazı geliyor. Birinci paranın seçilmiş olma olasılığı nedir?

20) Bir kübün içine, duvarlara değecek şekilde bir küre yerleştiriliyor. Sonra, kübün köşesinde kalan boşluğa daha küçük bir küre yerleştiriliyor. (Duvarlara ve büyük küreye değecek şekilde.)

Büyük kürenin hacminin küçük kürenin hacmine oranını bulunuz.

CEVAPLAR

1) $(4, 4, -5), \quad (-5, 4, 4), \quad (4, -5, 4)$

2) 29

3) $B = 2$

4) $(0, 14)$

5) 10

6) $\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$

7) $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 10\,000 \\ 0.1(x - 10\,000) & 10\,000 \leq x \leq 50\,000 \\ 4\,000 + 0.2(x - 50\,000) & 50\,000 < x \end{cases}$

$f(x)$ fonksiyonu $[0, \infty)$ aralığında sürekli.

8) $\frac{4 \cdot 33!}{9! \cdot (8!)^3}$

9) $x = 4, \quad y = 9 \quad \text{veya} \quad x = 9, \quad y = 4.$

10) $11 \cdot 7^2 \cdot 5^3 \cdot 3^5 \cdot 2^{11}$

$$11) \frac{1}{16}$$

$$12) 2$$

$$13) R^2(1 + m^2) = n^2$$

$$14) 2\sqrt{3}$$

$$15) \{-5, -3, -1, 1, 3, 5\}$$

$$16) 9$$

$$17) -\frac{44}{25}$$

$$18) 200$$

$$19) \frac{6}{23}$$

$$20) 26 + 15\sqrt{3} = \frac{1}{26 - 15\sqrt{3}}$$