

ÇANKAYA ÜNİVERSİTESİ
Matematik - Bilgisayar Bölümü

**Liselerarası Matematik Bilgi
Yarışması - 1. Aşama**
18 Nisan 2015

Ad-Soyad:

İmza:

Okul:

Süre: 120 dakika

Soru	Not	Soru	Not
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

Toplam:

1) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ olduğuna göre $\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f(x)}_{2015 \text{ adet}}$ nedir?

Cevap: $\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f(x)}_{2015 \text{ adet}} = \frac{x-1}{x}$.

2) $\sqrt{4x+3} + \sqrt{4x} = 12$ ise $\sqrt{4x+3} - \sqrt{4x} = ?$

Cevap: $\sqrt{4x+3} - \sqrt{4x} = \frac{1}{4}$.

3) $z = \sqrt{-3} + 1$ olduğuna göre z^{2015} nedir?

Cevap: $z^{2015} = 2^{2014}(1 - i\sqrt{3})$

4) Bir polinom $(x - 1)$ 'e bölündüğünde 2; $(x - 2)$ 'ye bölündüğünde ise 1 kalmaktadır. Polinomu $(x - 1)(x - 2)$ 'ye bölecek olursak kalan ne olur?

Cevap: Kalan $-x + 3$ olur.

5) $|z - i| = |2z + i|$ koşulunu sağlayan karmaşık sayıların analitik düzlemdeki görüntüsü nedir?

Cevap: Denklemi : $x^2 + (y + 1)^2 = 1$
(0, -1) merkezli, yarıçapı 1 olan çember.

6) $n \geq 3$ için, $f(n) = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_{n-1} n$ olsun. $\sum_{k=2}^{51} f(2^k) = ?$

Cevap: $\sum_{k=2}^{51} f(2^k) = 1325.$

7) $x = 15^\circ$ ise $\frac{\cot^2 x - \tan^2 x}{2 + \cot^2 x + \tan^2 x} = ?$

Cevap: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8) $i^2 = -1$ olmak üzere $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. $A^{2015} = ?$

Cevap: $A^{2015} = -A = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

- 9) Bir $\triangle ABC$ üçgeninde $m(\widehat{B}) = 2m(\widehat{C})$ ve A açısının açıortayı $[BC]$ kenarını D noktasından kesmek üzere $|AB| = |CD|$ ise $m(\widehat{A})$ kaçtır?

Cevap: $m(\widehat{A}) = 72^\circ$

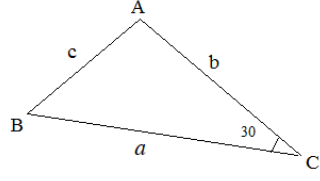
- 10) a , b ve c birbirinden ve sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{1+a^3}{a} = \frac{1+b^3}{b} = \frac{1+c^3}{c}$$

olsun. Buna göre $a^3 + b^3 + c^3 = ?$

Cevap: $a^3 + b^3 + c^3 = -3$.

11) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & 3a & 0 \\ a & b+3a & ab^2 \end{vmatrix} = 32$ olduğuna göre şekildeki $\triangle ABC$ üçgeninin alanı nedir?

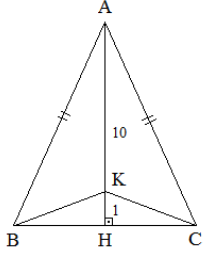


Cevap: $A(\triangle ABC) = 1$

12) $A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = ?$

Cevap: $A = 6$

13)

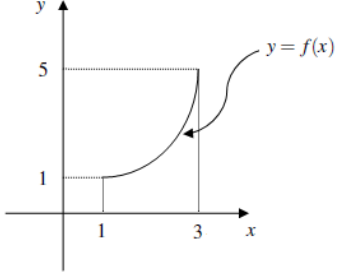


$\triangle ABC$ ikizkenar üçgeninde; $[AH]$ yükseklik, $|KH| = 1$,
 $|AK| = 10$ ve $m(\widehat{K}) = 3m(\widehat{A})$ ise üçgenin çevresi nedir?

Cevap: Çevre = $11(1 + \sqrt{5})$

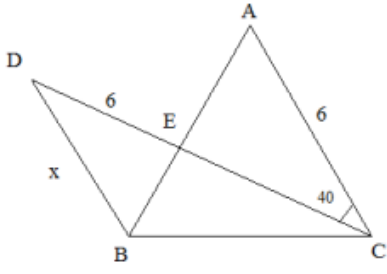
14) Şekilde grafiği verilen $f : [1, 3] \rightarrow [1, 5]$ fonksiyonu birebir ve örtendir. Bunun tersine f^{-1}

diyelim. $\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f^{-1}(x)dx$ toplamı nedir?



Cevap: $\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f^{-1}(x)dx = 14.$

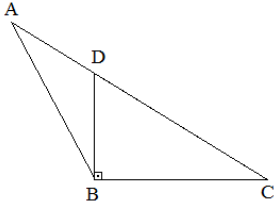
15)



$\triangle ABC$ eşkenar üçgen, $m(\widehat{ACD}) = 40^\circ$,
 $|DE| = |AC| = 6$ ise $x = ?$

Cevap: $x = 6$.

16)



\widehat{B} açısı geniş açı olan $\triangle ABC$ üçgeninde $D \in [AC]$ ve $[DB] \perp [BC]$ 'dir.
 $m(\widehat{ACB}) = \alpha$, $m(\widehat{CBA}) = 3\alpha$ ve $|AB| - |AD| = 10$
olduğuna göre $|DC| = ?$

Cevap: $|DC| = 20$.

17) $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ olarak verildiğine göre $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!}$ toplamını e cinsinden ifade ediniz.

Cevap: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} = 2e$

18) Her x için, $2f(x) + f(1 - x) = x^2$ ise $f(x) = ?$

Cevap: $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{3}$.

19) A , gerçel değerli 4×2 matris ve B , gerçel değerli 2×4 matris olsun. Eğer

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ise} \quad BA = ?$$

Cevap: $BA = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

20) Düzlemde $(0, 1)$ ve $(1, 0)$ noktalarına olan uzaklıkları toplamı 2 birim olan (x, y) noktalar kümesinin denklemi nedir?

Cevap: $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x - 4y = 0$