

ÇANKAYA ÜNİVERSİTESİ  
Matematik - Bilgisayar Bölümü

**Liselerarası Matematik Bilgi  
Yarışması - 1. Aşama**  
20 Nisan 2013

**Ad-Soyad:**

**İmza:**

**Okul:**

**Süre:** 120 dakika

Soru	Not	Soru	Not
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

**Toplam:**



1)  $A, B, C$  dar açılı bir  $ABC$  üçgenin açıları ise  $P = (\cos B - \sin A, \sin B - \cos A)$  noktası hangi bölgelerde olmak zorundadır?

2)  $\frac{x+6}{y} + \frac{13}{xy} = \frac{4-y}{x}$  denklemini sağlayan  $(x, y)$  gerçel sayılarını bulunuz.

3)

$$\left. \begin{array}{l} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 \end{array} \right\} \text{ denklemlerini sağlayan } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ sayılar için } a + b + c = ?$$

4) Bir  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu için  $(f \circ f)(x) = x^2 - x + 1$  olsun.  $f(0) = ?$

5) Türevlenebilir bir  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  fonksiyonu için

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{f(x)}} dx = 1 + \int_0^{3/2} [x] dx$$

6)  $A$  ve  $B$ ,  $3 \times 3$  türünde kare matrisler olmak üzere

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \det(A) = 4$$

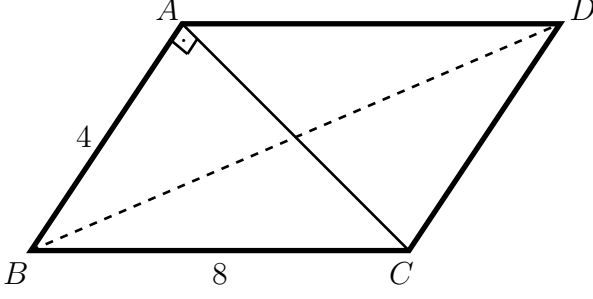
olduğuna göre  $\det(2B)$  kaçtır?

7)  $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi(1 - \cos x)}{x^2}$  olmak üzere  $\sum_{n=-1}^1 \cos(An)$  ifadesinin değeri kaçtır.

8)  $|x| + |y| = 1$  şeklinin üzerinde bulunan noktalar arasından  $(3, 0)$  'a en yakın uzaklıkta bulunan  $P$  noktasının koordinatlarını bulunuz.



9)



Şekildeki  $ABCD$  paralelkenarında  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ ,  $|AB| = 4$ ,  $|BC| = 8$  olduğuna göre  $|BD| = ?$

10) Her  $x, y > 0$  için,  $\frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{y^4 + x^2} \leq \frac{1}{xy}$  olacağını gösteriniz.

11)  $x, y, z$  farklı gerçel sayılar olmak üzere

$$\frac{x}{y-z} + \frac{y}{z-x} + \frac{z}{x-y} = 0 \quad \text{dır.}$$

Bu durumda  $\frac{x}{(y-z)^2} + \frac{y}{(z-x)^2} + \frac{z}{(x-y)^2} = 0$  olacağını gösteriniz.

12)  $2x^x - x^{1-x} + x = 2$  denkleminin pozitif köklerini bulunuz.

13) İçinde top bulunan 2 torbadan birincisinde 5 beyaz 6 siyah ve ikincisinde 4 beyaz ve 7 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmaksızın ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı nedir?

14)  $A, B, C$  dar açılı bir  $ABC$  üçgenin açıları ise  $P = (\cos B - \sin A, \sin B - \cos A)$  noktası hangi bölgelerde olmak zorundadır?

15)

$$\left. \begin{array}{l} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 \end{array} \right\} \text{ denklemlerini sağlayan } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ sayılar için } a + b + c = ?$$

16)  $A$  ve  $B$ ,  $n \times n$  matrisler olmak üzere  $AB = BA$  ve  $A^2 = B^2$  olduğunu varsayalım. Bu durumda  $A + B$  'nin tersinin olmadığını gösteriniz.



17)  $0 \leq a, b, c < 90^\circ$  ve  $\sin a + \sin b + \sin c = 1$  olacak biçimde  $a, b, c$  açıları verilsin. Bu durumda  $\tan^2 a + \tan^2 b + \tan^2 c \geq \frac{3}{8}$  olduğunu gösteriniz.

18)

$$x^2 + y^2 - x - \frac{35}{4} = 0 \quad \text{ve} \quad x^2 + y^2 + \sqrt{3}y - \frac{5}{4} = 0$$

çemberlerinin merkezlerinin birbirine uzaklığı  $d$ , yarıçapları ise sırasıyla  $r_1$  ve  $r_2$  olsun.

Buna göre  $d + \frac{\sqrt{2}r_1}{r_2} = ?$

19)  $n$  pozitif bir çift tamsayı olmak üzere

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots + \binom{n}{n-1}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

20) Bir  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu için  $(f \circ f)(x) = x^2 - x + 1$  olsun.  $f(0) = ?$